

Programa olimpiadei de matematică pentru clasele V – VIII în anul școlar 2018-2019

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

Clasa a V-a

Etapă locală

Numere naturale.

Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte.

Metode aritmetice de rezolvarea problemelor

Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației. Metoda figurativă. Metoda mersului invers. Metoda falsei ipotezei.

Divizibilitatea numerelor naturale

Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n , 5^n , 10^n , 3 și 9; numere prime; numere compuse.

Etapă județeană

Numere naturale.

Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte.

Metode aritmetice de rezolvarea problemelor

Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației. Metoda figurativă. Metoda mersului invers. Metoda falsei ipotezei.

Divizibilitatea numerelor naturale

Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, $2n$, $5n$, $10n$, 3 și 9; numere prime; numere compuse. Scrierea numerelor naturale ca produs de factori primi

Etapă națională

Fracții ordinare. Fracții zecimale (conținutul programei școlare)

Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare)

Note

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme (fără demonstrație) conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

4. Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

Clasa a VI-a

- În programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă pentru disciplina matematică din clasele anterioare.
- În programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare.
- Conținuturile suplimentare față de programa școlară, marcate cu text înclinat în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

Etapa locală

Algebră

1. Mulțimi

- Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite. *Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei.*
- Mulțimea \mathbb{N} . Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.. Proprietăți.
- $(a; b) \cdot [a; b] = a \cdot b$
- Dacă $(a; b) = d$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $a = dx$, $b = dy$.
- Dacă $[a; b] = m$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $m = ax$, $m = by$.

2. Rapoarte și proporții

- Rapoarte. Proporții. Procente. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct și invers proporționale. Regula de trei simplă.
- Elemente de organizare a datelor. Grafice. Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice. Probabilități.

3. Mulțimea numerelor întregi

Ordonarea numerelor întregi. Modulul unui număr întreg. Operații în \mathbb{Z} . Proprietăți. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg nenul. Reguli de calcul cu puteri.

Geometrie

1. Unghiuri

- Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplimentare, complementare, adiacente. Bisectoarea unui unghi.
- *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf.*

2. Paralelism și perpendicularitate

- Drepte paralele. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice.
- Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă. Aplicații practice.

3. Cercul

- Definiția cercului, construcție, elemente în cerc. Unghi la centru. Măsuri. Poziția unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.

Algebră

Etapă județeană

1. Mulțimi

- Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite. *Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei.*
- Mulțimea \mathbb{N} . Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.. Proprietăți.
- $(a; b) \cdot [a; b] = a \cdot b$
- Dacă $(a; b) = d$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $a = dx$, $b = dy$.
- Dacă $[a; b] = m$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $m = ax, m = by$.

2. Rapoarte și proporții

- Rapoarte. Proporții. Procente. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct și invers proporționale. Regula de trei simplă.
- Elemente de organizare a datelor. Grafice. Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice. Probabilități.

3. Mulțimea numerelor întregi

- Ordonarea numerelor întregi. Modulul unui număr întreg. Operații în \mathbb{Z} . Proprietăți. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg nenul. Reguli de calcul cu puteri. Ecuații și inecuații în \mathbb{Z} . Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor / inecuațiilor.
- Divizibilitatea în \mathbb{Z} . Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{Z} .*

Etapă națională

4. Mulțimea numerelor raționale

- Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor raționale. Modulul unui număr rațional.
- Operații cu numere raționale. Proprietăți. Puterea cu exponent întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri.
- Ecuații, *inecuații*. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/*inecuațiilor*.

Geometrie

Etapă județeană

1. Unghiuri

- Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplimentare,

complementare, adiacente. Bisectoarea unui unghi.

- *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf.*

2. Paralelism și perpendicularitate

- Drepte paralele. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice.
- Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă. Aplicații practice.

3. Cercul

- Definiția cercului, construcție, elemente în cerc. Unghi la centru. Măsuri. Poziția unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.

4. Triunghiul

- Definiție, elemente. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi, unghi exterior. Construcția triunghiurilor, inegalități între elementele triunghiului.
- Linii importante în triunghi: bisectoarele unghiurilor, mediatoarele laturilor, înălțimile, medianele unui triunghi. Proprietăți.
- Congruența triunghiurilor -conținutul programei școlare și *cazul L.L.U.*. Congruența triunghiurilor dreptunghice (cazurile IC, IU, CC, CU). Metoda triunghiurilor congruente.

Etapă națională

5. Triunghiul

- Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale.
- Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. Teorema unghiului de 30° , *teorema unghiului de 15°* , teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora.
- *Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi.*

Clasa a VII-a

• Etapa județeană:

Algebră

1. Mulțimea numerelor întregi; Mulțimea numerelor raționale; Mulțimea numerelor reale;

2. Modulul unui număr real. Proprietățile modulului.

3. Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; Reguli de calcul cu radicali (conținutul programei școlare).

- a) Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$, atunci $a \in \mathbb{N}$; b) Dacă $a, b \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{N}$; c) Dacă a și b nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin \mathbb{Q}$; d) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbb{Q}^*$, atunci $a \in \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q}$; e) Dacă $a, b \in$

\mathbf{Q}^* astfel încât $\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, atunci $a \pm \sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ și $a\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$; f) Dacă $a \in \mathbf{Q}^*$ și $b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, atunci $a + b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ și $ab \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$; g) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$, unde $a, b, c \in \mathbf{R}^*$ și $c^2 = a^2 - b$ (formula radicalilor dubli).

4. Calcul algebric; Calcule cu numere reale reprezentate prin litere (conținutul programei școlare). Formalism algebric:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \forall a, b \in \mathbf{R} \text{ și } n \in \mathbf{N};$$

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}), \forall a, b \in \mathbf{R} \text{ și } n \in \mathbf{N}, n \text{ impar};$$

$$(a + b)^n = M_a + b^n, \text{ unde } a, b \in \mathbf{Z} \text{ și } n \in \mathbf{N}^*$$

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 \text{ (identitatea lui Lagrange)}$$

Geometrie

1. Patruletere (conținutul programei școlare).

2. Probleme de coliniaritate. Probleme de concurență.

3. Asemănarea triunghiurilor

Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante.

Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.

Teorema lui Menelaos; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă.

4. Cercul ca loc geometric (fara masura unghiurilor înscrise)

•• Etapa națională

ALGEBRĂ

1. Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim.

a. $a^2 + b^2 \geq 2ab, \forall a, b \in \mathbf{R}$; **b.** $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc, \forall a, b, c \in \mathbf{R}$; **c.** $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2, \forall a, b \in \mathbf{R}_+^*$;

d. $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}, \forall a_i \in \mathbf{R}_+^*, i = \overline{1, n}$

, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ (inegalitatea mediilor);

f. $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2, \forall a_i, b_i \in \mathbf{R}, i = \overline{1, n}$ și

$\forall n \in \mathbf{N}^*$ (inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

2. Ecuații. Probleme.

GEOMETRIE

1. Relații metrice în triunghi. În triunghiul dreptunghic: teorema înălțimii; teorema catetei; teorema lui Pitagora; teoreme reciproce. Rapoarte constante în triunghiul dreptunghic: sin, cos, tg, ctg. Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}.$$

$$\text{Arii: } A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; A_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}; A_{\Delta} = p \cdot r; A_{\Delta} = \frac{abc}{4R};$$

$$A_{\text{patrulat}er \text{ convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(\widehat{d_1, d_2})}{2}.$$

2. Cercul.

Definiție. Elemente în cerc. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce; proprietăți. Teorema unghiului înscris în cerc. Cerc înscris, cerc circumscris unui triunghi. Patrulater înscritibil. Patrulater circumscritibil. Condiții de înscritibilitate, condiții de circumscritibilitate.

Clasa a VIII-a

• Etapa județeană:

ALGEBRĂ

1. Numere reale

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Ecuații. Modulul unui număr real. Ecuații.

Intervale. Intersecția și reuniunea intervalelor.

Raționalizarea numitorului.

Formulele de calcul prescurtat

Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații.

GEOMETRIE

1. Cercul

Definiție. Elemente în cerc. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce; proprietăți. Teorema unghiului înscris în cerc. Cerc înscris, cerc circumscris unui triunghi. Patrulater ortodiagonal.

Patrulater înscritibil. Patrulater circumscritibil. Condiții de înscritibilitate, condiții de circumscritibilitate. Cercul lui Euler. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri. Teorema arcului capabil de un unghi dat. Poligoane regulate. Lungimea cercului și a arcului de cerc. Aria discului și a sectorului de cerc.

2. Inegalități geometrice. Probleme de maxim și de minim.

Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teorema perpendicularelor și a oblicelor.

3. Construcții simple cu rigla negradată și cu compasul.

4. Probleme elementare de loc geometric.

5. Puncte, drepte, plane. Paralelism.

La conținutul programei școlare se adaugă: teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulatere regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

6. Proiecții ortogonale pe un plan

La conținutul programei școlare se adaugă: perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.

• Etapa națională

ALGEBRA

1. Funcții- conținutul programei școlare.

GEOMETRIE

1. Calcul de arii si volume (prisma, piramida, trunchiul de piramidă)-conținutul programei scolare

Notă:1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.

2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.

3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fundamentale (fără demonstrație): teorema lui Steiner, teorema lui Ptolemeu, teorema lui Fermat și principiul inducției matematice etc. conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.